

文章编号: 1674-8190(2023)03-061-08

一种基于随机优化算法的民用飞机突风动载荷重建方法

肖宇

(上海飞机设计研究院 飞机结构强度工程技术所, 上海 201210)

摘要: 民用飞机突风载荷的准确重建对于飞行安全具有十分重要的意义。基于随机优化算法, 提出一种突风动载荷重建方法。首先, 基于频域气弹耦合方程, 建立一个突风动载荷时域分析模型; 其次, 引入 Hicks-Henne 型函数进行突风速度场的参数化建模, 在此基础上, 基于随机优化算法对各型函数参数进行迭代寻优, 使得优化目标值与测量值一致, 得到重建后的突风速度及对应的动态响应及载荷; 最后, 以 GTA 模型经历 $1-\cos$ 形状突风为例进行数值仿真。结果表明: 本文提出的突风动载荷重建方法可有效实现突风速度场的识别, 进而完成突风动载荷的重建; 针对本文算例, 过载最大误差为 3.5%, 载荷最大误差不超过 1%。

关键词: 随机优化; Hicks-Henne 型函数; 突风; 动载荷; 重建

中图分类号: V215.3

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2023.03.06

A reconstruction method of civil aircraft dynamic gust load based on the stochastic optimization algorithm

XIAO Yu

(Aircraft Structure and Stress Division, Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 201210, China)

Abstract: The accurate reconstruction of civil aircraft gust load is of great significance for flight safety. A reconstruction method of dynamic gust load is studied based on the stochastic optimization algorithm. Firstly, based on the aero-elastic coupling equation in the frequency-domain, a time-domain analysis model of the dynamic gust load is established. Secondly, the Hicks-Henne bump function is introduced to conduct the parameter modeling of gust profile field. In order to match the measured target values, the parameters of each bump function are optimized based on the stochastic optimization algorithm. Then, the reconstructed profile of the gust field is obtained, as well as the time history of the corresponding dynamic responses and loads. Finally, the numerical simulations of the generic transport aircraft (GTA) model experienced the $1-\cos$ shape gust is carried out. The results show that the proposed reconstruction method of dynamic gust load can be used to recognize the profile of the gust field, and reconstruct the gust dynamic loads. In the numerical examples, the maximum load factor error is 3.5%, and the maximum load error is smaller than 1%.

Key words: stochastic optimization; Hicks-Henne bump function; gust; dynamic load; reconstruction

收稿日期: 2022-06-15; 修回日期: 2022-09-08

通信作者: 肖宇, xiaoyu@comac.cc

引用格式: 肖宇. 一种基于随机优化算法的民用飞机突风动载荷重建方法[J]. 航空工程进展, 2023, 14(3): 61-68, 107.

XIAO Yu. A reconstruction method of civil aircraft dynamic gust load based on the stochastic optimization algorithm[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(3): 61-68, 107. (in Chinese)

0 引言

对于飞机,尤其是民用客机来说,在飞行过程中遭遇突风^[1-2]是一种最为常见的场景,通常会构成结构的设计工况。假如可以实时获取各关键部件的载荷数据,即能够与设计载荷进行对比,就可以及时评估安全裕度。另外突风载荷的重建,对飞机全寿命周期管理也具有重要的意义,可客观记录各突风事件的严重程度,使得维护部门按需或重点检查特定部件,优化结构维护间隔,进而降低飞机的维护成本、提高飞机使用率。然而考虑到成本及可维护性,目前还不可能在飞机内部以安装应变片的方式直接测量结构载荷。因此,对于民用客机来说,一个可靠的突风速度识别方法以及在此基础上开展的动载荷重建工作,不仅对飞机制造商,同时对运营商都具有重要的实际意义^[3]。

突风速度、载荷重建方法的研究^[4]可以回溯到 20 世纪 40—50 年代,通过测量的垂向加速度峰值,得到一系列独立的离散突风激励,从而推导得到完整的突风梯度和突风速度。20 世纪 60—70 年代,基于频域谱方法,研究者开展了连续紊流的研究,但是由于结构模型频响函数以及非定常气动力的复杂性,一定程度上限制了应用。20 世纪 90 年代后期, M. C. Kim 等^[5]采用蒙特卡罗模拟,基于实测的不同地点与高度的大气风速场,发展了大量的强迫力函数,最终实现了 90% 置信度的大气紊流载荷分析,但该方法不仅需要采集风场数据,还无法实现突风事件的实时评估,因此局限较大; H. Henrichfreise 等^[6]提出了一种基于模型的预测方法,通过建立观测器,并关联各舵面运动及各关键部位速度、位移和加速度等响应量,实现了外部突风速度的识别和内部载荷的预估。近些年来, S. Simeone 等^[3,7-8]、D. Balatti 等^[9]针对突风及紊流载荷的重建开展了大量的研究,并初步应用于真实试飞数据,获得了一些有意义的结论。国内,陈帅等^[10]建立了动载荷时域半解析的识别方法,可通过有限测点的实测加速度,结合模态数据进行动载荷的识别,并应用于抖振载荷的重构中^[11-12],但该方法过于依赖于模态数据,具有一定的局限性;姜金辉等^[13]提出了一种基于固有振型的复杂结构分布动载荷时域识别技术,并基于薄板仿真模型进行了验证,但该方法同样需要模态数据开

展相关拟合工作;赵凤遥等^[14]针对 Wilson- θ 反分析法因初值敏感导致载荷识别结果不理想的问题,引入了多项式拟合方法来进行初始值的修正,从而提高了 Wilson- θ 法用于动载荷识别的精度;毛玉明等^[15]提出了一种基于灵敏度分析法的动载荷识别技术,通过对参数化的激励反复迭代计算来实现载荷参数的识别。

综上,基于动载荷识别流程^[16],可以分为两类方法用于突风载荷的重建,一类是直接法^[4],通过建立飞机模型,基于实测数据,通过相关算法即可反推得到突风速度场及相关结构载荷;另一类是优化法^[3,17],通过反复调整影响突风激励曲线的相关参数,使之在物理模型下产生的相关响应量与测量值吻合,最终实现载荷重建。虽然直接法简单、物理含义明确,如 J. C. Houbolt 等^[18]给出的一种基于飞机迎角及姿态变化数据的突风速度直接计算方法,但是其存在明显的局限性,特别是在突风过程中有控制律介入,难以从迎角及姿态数据中单纯地提取出突风速度,另外考虑非线性环节^[19]后,直接法可能产生更大的误差。相比之下,优化法在计算过程中,引用的载荷计算模型可保持相对独立^[3],在基于试验数据完成必要的载荷模型修正后,可直接用于突风载荷重建计算,因此可以较好地处理非线性问题,然而,由于优化算法的引入,对参数化建模、算法收敛性等提出了更高的要求,有必要对此开展进一步研究。

本文基于随机优化算法,提出一种突风动载荷重建方法。首先,基于频域形式的气弹耦合方程,建立突风动载荷的时域分析模型,与此同时,将 Hicks-Henne 型函数引入至突风形状的参数化建模中;然后,针对所选取通道的时域测量信号,基于全局随机优化算法进行迭代,寻找使得损失函数最小的参数组合,从而形成一套完整的突风动载荷重建方法;最后,以通用运输飞机(Generic Transport Aircraft,简称 GTA)模型经历 $1-\cos$ 形状突风为例进行数值仿真,对本文提出的载荷重建方法的可靠性进行验证。

1 突风动载荷重建方法

1.1 突风载荷时域分析方法

突风动载荷时域分析可基于频域求解,通过对全机气动弹性系统建模,得到频域形式的气动

弹性耦合方程^[20]:

$$[-M\omega^2 + iC\omega + (1 + ir)K - \frac{1}{2}\rho V^2 Q]u = P \quad (1)$$

式中: M 、 C 、 K 分别为广义质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; r 为结构阻尼系数; Q 为广义气动力矩阵; P 为突风引起的外部激励。

$$P = \frac{1}{2}\rho V^2 \omega_g Q' w \quad (2)$$

式中: Q' 为突风下洗相关广义气动力系数矩阵; w 为突风下洗矩阵; ω_g 为突风尺度因子。

对所关注频率点 ω 上求解式(1),即可得到广义位移的频率响应函数:

$$u(\omega) = \frac{1/2\rho V^2 \omega_g Q' w}{[-M\omega^2 + iC\omega + (1 + ir)K - 1/2\rho V^2 Q]} \quad (3)$$

加速度直接对式(3)求二阶导数得到:

$$a(\omega) = -\omega^2 \cdot u(\omega) \quad (4)$$

而在任意形状的突风速度激励 $v_g(t)$ 下,其位移的频响函数则可以表示为

$$u_g(\omega) = u(\omega) \cdot V_g(\omega) \quad (5)$$

其中, $V_g(\omega)$ 可通过对 $v_g(t)$ 进行傅里叶转换求得:

$$V_g(\omega) = \text{FFT}[v_g(t)] \quad (6)$$

将位移、加速度等响应量 $x_g(\omega)$ 进行逆傅里叶转换,即可得到在 $v_g(t)$ 激励下的各通道的时域曲线:

$$x_g(t) = \text{IFFT}[x_g(\omega)] \quad (7)$$

最终各单元的载荷可通过节点位移与单元刚度相关运算^[20]计算得到。

1.2 突风速度参数化方法

采用Hicks-Henne型函数进行突风速度场的参数化建模,Hicks-Henne型函数已被广泛应用于翼型的逆向设计中,相关资料详见文献[21-22],该函数可有效实现对翼型外形的精细化参数建模,将之推广至突风速度场 $v_g(t)$ 的参数化建模。

$$v_g = \sum_{i=1}^N \beta_i \phi_i(x) \quad (8)$$

式中: $\phi_i(x)$ 为Hicks-Henne型函数; β_i 为各型函数的权重。

$$\phi_i(x) = \sin^t(\pi x^{\ln 0.5 / \ln h_i}) \quad (9)$$

式中: h_i 为型函数的最大值位置; t_i 为型函数的宽度。

在确定型函数个数 N 后,突风速度场即可由 β_i 、 h_i 、 t_i 实现参数化。

本文计算中,对于 h_i 采用如下函数定义:

$$h_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{i\pi}{N+1} \right] \quad (10)$$

最终参与突风形状建模的参数即 N 个型函数的权重 β_i 及对应的参数 t_i 。

t_i 取固定值10时,对应的十个型函数的曲线分布如图1所示。

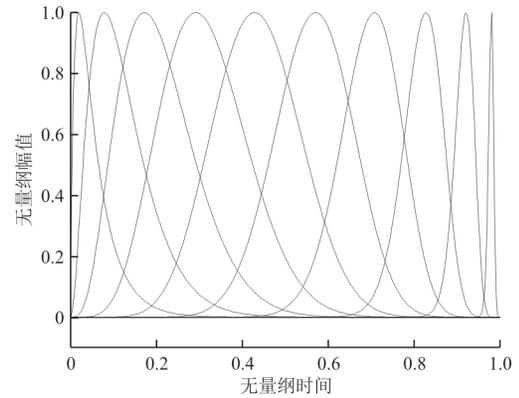


图1 Hicks-Henne型函数

Fig. 1 Hicks-Henne bump functions

1.3 随机优化算法

本文采用基于代理模型的自适应随机优化算法进行突风形状各参数的确定^[23]。优化的设计变量即Hicks-Henne型函数的各权重系数 β_i 及对应的宽度参数 t_i ,优化过程中上述各参数保持独立,对 t_i 的取值范围设定为正值,对 β_i 的取值范围则未设置约束。另外对于作为优化目标的损失函数,则采用目标值时域曲线与估算值的 L_2 范数计算得到:

$$L = \|a^{\text{target}}(t) - \tilde{a}(t)\| \quad (11)$$

式中: $a^{\text{target}}(t)$ 为目标值(测量值); $\tilde{a}(t)$ 为估算值。

本文采用的随机优化算法,假定下一组可能的最优点位于当前最优点附近,因此以当前最优点为中心,以预先设定的标准差进行随机取点,计算其损失函数,若找到更优点,则以该点为中心重复上述计算,若无法找到更优点,则随机函数中心不变,以缩小标准差的方式重新随机取点,反复迭代,直至标准差系数达到选定的收敛阈值,详细算

法详见文献[23]。

1.4 计算流程图

突风动载荷重建的计算流程如图2所示,依据所选用的试验设计方法确定初始权重系数,采用Hicks-Henne型函数重建突风速度场,进行突风响应计算,在此基础上计算损失函数,在完成所有初始权重系数计算后,构建初始代理模型,在当前最小损失函数值对应的权重系数附近通过随机优化方法得到下一组权重系数,通过记录比较连续失败及成功次数,实现自适应的调整标准差,重复进行迭代,直到计算流程收敛。

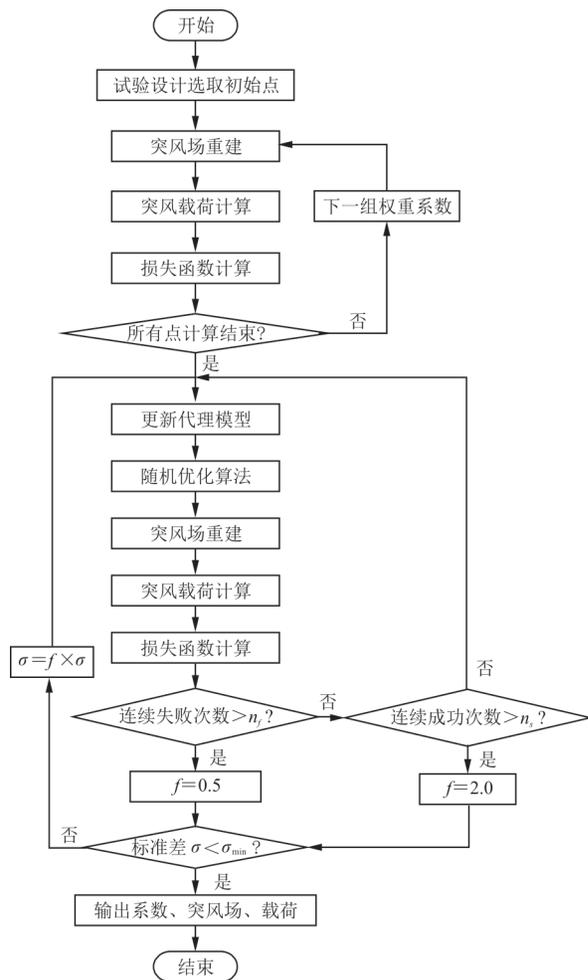


图2 计算流程图

Fig. 2 Calculation flow chart

随机优化算法虽然是一种全局优化算法,但可能会收敛到局部最优点,考虑到每一次迭代都与随机数有关,在实际计算中,对于每一个工况,都需要进行多组计算,再从中挑选出最优的一组

参数用于突风动载荷重建。

2 方法有效性评估

2.1 标准突风形状

为评估本文方法的有效性,首先基于适航规章突风条款规定的1-cos标准形状突风场^[24]进行重建评估。突风梯度选用50 m,优化过程采用10组型函数,共20维参数进行。完整的4次优化迭代过程如图3所示,可以看出:第二次结果最优,残值共降低3个数量级。

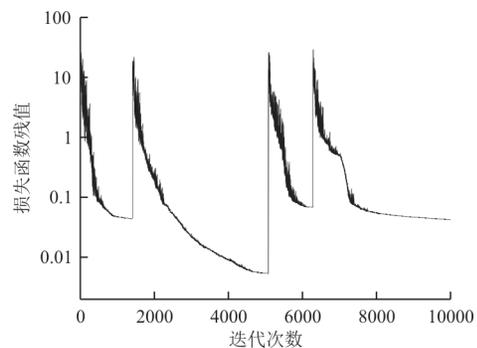


图3 1-cos标准突风收敛评估

Fig. 3 Convergence assessment of 1-cos standard gust

最终收敛的突风形状及误差分布如图4所示,可以看出:10组Hicks-Henne函数即可很好地完成对1-cos突风的参数化建模,最大误差出现在突风起始和终止时刻。

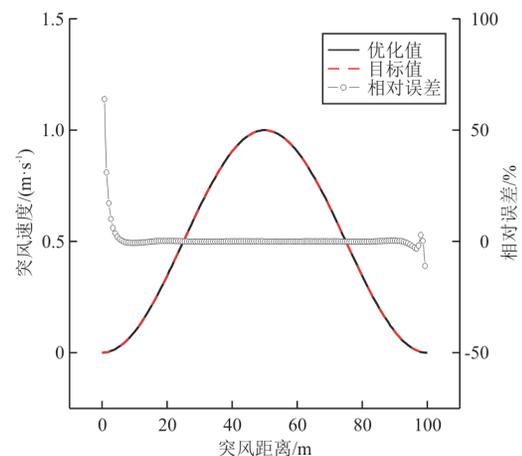


图4 1-cos突风(梯度50 m)

Fig. 4 1-cos gust (gradient is 50 m)

2.2 组合突风形状

采用突风梯度25、50 m的组合离散突风形状对方法进行进一步评估,同样采用10组型函数开

展,最终收敛的突风形状及误差分布如图5所示,可以看出:对于2种梯度的组合突风形状,本文方法同样可以较好地完成重建工作,对于突风峰值速度的重建误差仅为0.28%。

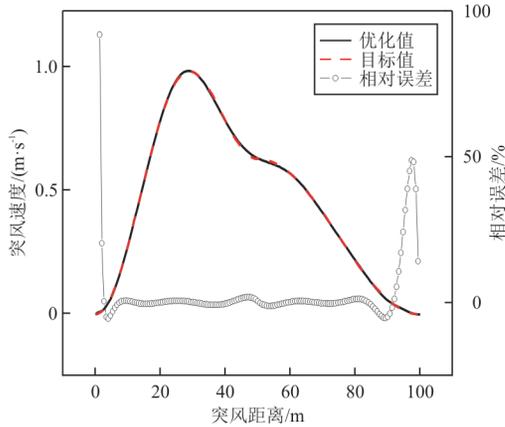


图5 1-cos组合突风(梯度25、50 m)

Fig. 5 1-cos combined gust (gradient is 25 m and 50 m)

3 突风载荷重建验证

3.1 模型概述

采用通用运输飞机(GTA)经历1-cos形状垂向突风作为算例,进行分析对比。GTA气动弹性耦合模型的示意图如图6所示,其中黑色圆点为梁单元的节点,气动外形由无厚度的面元模拟。系统、燃油、商载、发动机等质量以等效方式挂载至相应节点,在机翼和平尾上布置若干刚性单元用于气动与结构的插值。

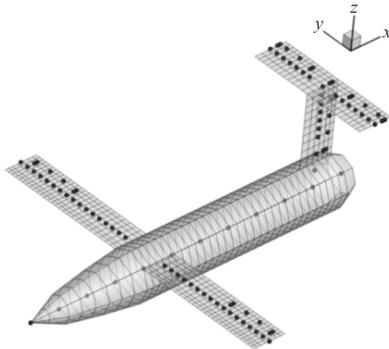


图6 通用运输飞机示意图

Fig. 6 Schematic diagram of generic transport aircraft

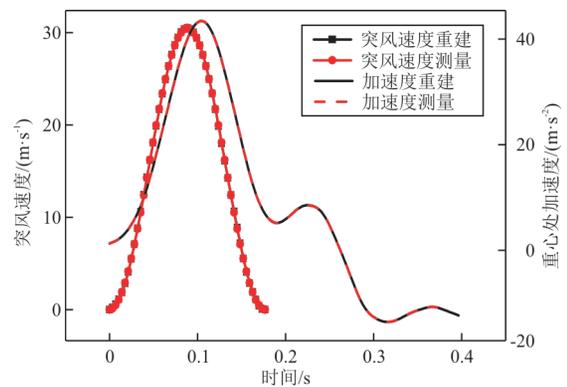
根据适航规章突风条款^[24]规定,对于1-cos形状的突风,其梯度上下限分别为106.7和9.1 m,本文选此参数开展计算,主要的计算参数如表1所示。

表1 计算参数
Table 1 Calculation parameters

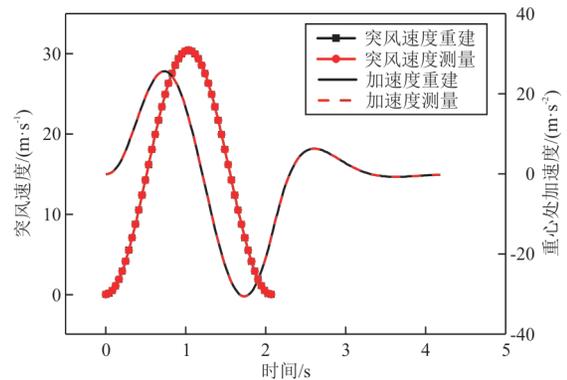
参数	数值
全机长/m	22.0
展长/m	19
全机质量/kg	7 200
马赫数	0.302
动压/kPa	6.479
突风速度/(m·s ⁻¹)	30.5
机翼一阶弯曲频率/Hz	7.96
机翼一阶扭转频率/Hz	17.45
机身一阶弯曲频率/Hz	32.47

3.2 突风速度重建

采用20维Hicks-Henne参数化模型,进行测量值与重建值的对比,以重心加速度作为测量值的计算结果如图7所示。



(a) 突风梯度9.1 m

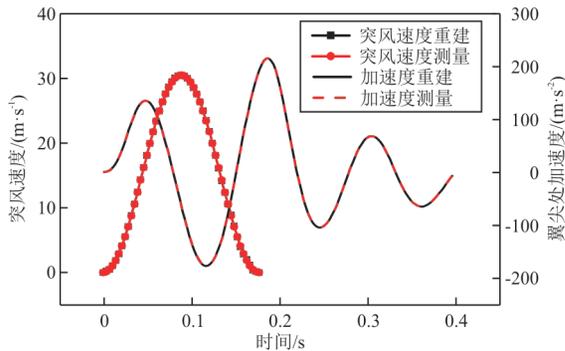


(b) 突风梯度106.7 m

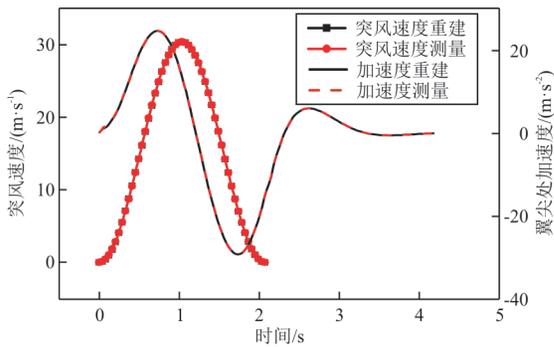
图7 基于重心加速度的突风速度重建
Fig. 7 Gust velocity reconstruction based on acceleration at the center of gravity

从图7可以看出:加速度峰值时刻与突风速度峰值时刻吻合,重心加速度受弹性模态影响较小,总体来说,突风速度场及重心加速度的重建值与测量值吻合得较好。

以机翼翼尖加速度为测量值的计算结果如图8所示,可以看出:翼尖极易受弹性模态影响,尤其是9.1 m突风梯度,时域曲线出现了多个峰值,且最大峰值出现在退出突风场之后的自由响应区域,重建值与测量值吻合较好。这表明对存在多个波峰波谷的测量值进行重建,如弹性模态参与度较大的翼尖过载,即使难度较大,本文突风参数化模型及优化算法也可以得到满意的收敛值。



(a) 突风梯度 9.1 m



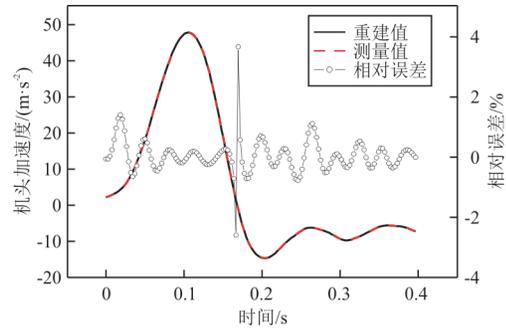
(b) 突风梯度 106.7 m

图8 基于机翼翼尖加速度的突风速度重建
Fig. 8 Gust velocity reconstruction based on acceleration at the main wing tip

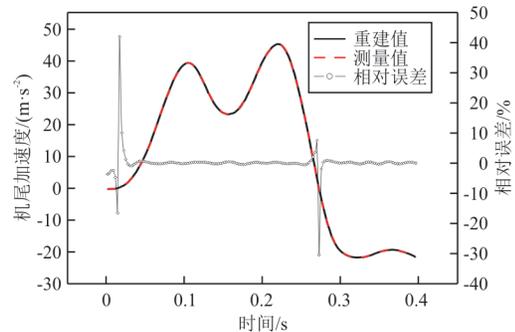
3.3 突风过载重建

在重建得到突风形状后,即可进行突风动态响应的重建,考虑到突风梯度9.1 m状态下,全机响应较大,后续都以此进行评估,给出基于重心加速度的全机响应重建结果,机头、机尾和机翼、平尾翼尖加速度响应及误差分布对比如图9所示,可以看出:重建曲线与测量曲线整体吻合较好,仅平

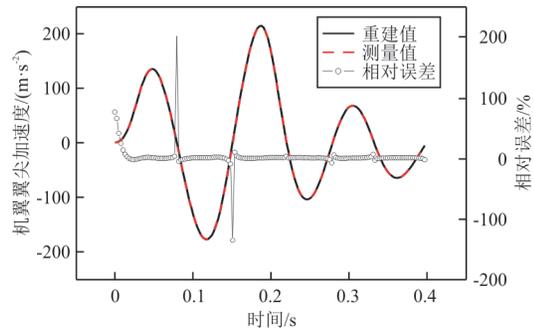
尾翼尖加速度存在略微差异,另外与图4类似,在加速度零值附近都有较大的相对误差。



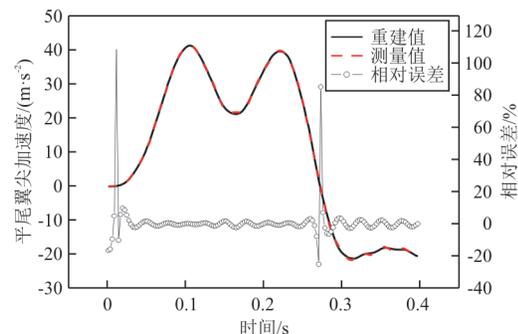
(a) 机头处垂向加速度曲线



(b) 机尾处垂向加速度曲线



(c) 机翼翼尖垂向加速度曲线



(d) 平尾翼尖垂向加速度曲线

图9 基于重心加速度的加速度重建
Fig. 9 Acceleration reconstruction based on acceleration at the center of gravity

为进一步评估本文方法的误差,考虑到工程中一般关注过载最大、最小值,基于重心和机翼翼尖加速度重建的全机过载最大、最小值的误差评估结果如表 2~表 3 所示,可以看出:重建值与测量值吻合的很好,误差绝对值的最大值发生在平尾翼尖,分别为-2.2%(基于重心加速度重建)和-3.5%(基于机翼翼尖加速度重建)。

表 2 全机过载最大值误差评估

Table 2 Error evaluation of maximum load factor of airplane

部位	测量值/g	重心重建误差/%	机翼重建误差/%
重心	4.429	-0.069	-0.046
机头	4.876	0.063	0.063
机尾	4.595	0.200	0
机翼翼尖	21.939	-0.279	-0.293
平尾翼尖	4.180	0.171	-0.146

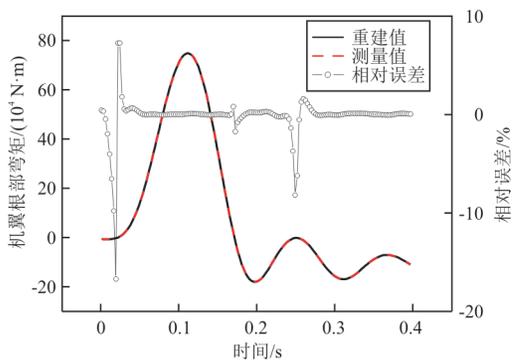
表 3 全机过载最小值误差评估

Table 3 Error evaluation of minimum load factor of airplane

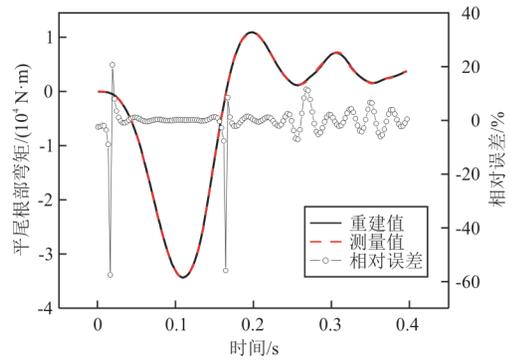
部位	测量值/g	重心重建误差/%	机翼重建误差/%
重心	-1.381	0	0
机头	-1.482	0.481	0.825
机尾	-2.232	-0.320	-0.274
机翼翼尖	-18.055	0.158	-0.169
平尾翼尖	-2.220	-2.204	-3.535

3.4 突风载荷重建

突风载荷直接用于静强度和疲劳强度评估,因此对于结构设计来说,一般比过载更为重要。在突风梯度 9.1 m 激励下,基于重心加速度进行的机翼和平尾根部弯矩载荷重建的结果如图 10 所示。



(a) 机翼根部弯矩



(b) 平尾根部弯矩

图 10 基于重心加速度的载荷重建(梯度 9.1 m)

Fig. 10 Load reconstruction based on acceleration at the center of gravity (gradient is 9.1 m)

从图 10 可以看出:载荷重建与测量结果吻合较好,同时在载荷零值附近,同样存在较大的相对误差,考虑到工程中一般只关注大载荷工况,因此该误差同样可以接受。

机翼和平尾的根部载荷误差对比如表 4 所示,可以看出:对于机翼根部载荷,扭矩最大值的相对误差最大为 0.176%,对于平尾根部载荷,剪力最小值的相对误差最大为-0.992%。

表 4 机翼、平尾根部载荷误差评估

Table 4 Error evaluation of wing and horizontal tail root loads

载荷	最大值误差/%	最小值误差/%
机翼剪力	0.055	0.013
机翼弯矩	0.038	0.165
机翼扭矩	0.176	-0.153
平尾剪力	-0.992	0.017
平尾弯矩	0.418	0.013
平尾扭矩	0.122	0.094

通过对上述突风速度、过载和载荷重建结果的分析,可以得出:随机优化算法通过多次迭代计算可得到最优的结果;对于民用飞机适航条款规定的 1-cos 形状突风,本文提出的重建方法可有效地实现载荷重建;对于基于重心加速度和机翼翼尖加速度进行重建都可得到满足工程精度要求的结果,针对本文算例,过载最大误差 3.5%,载荷最大误差不超过 1%。

4 结 论

1) 本文提出的突风动载荷重建方法能够有效完成民航适航条款要求的 $1-\cos$ 突风速度、过载和载荷的重建,其中 Hicks-Henne 型函数可实现突风速度场的参数化建模,随机优化算法可有效完成突风速度场建模参数的确定。

2) 基于弹性模态占主导的测量值进行载荷重建,如机翼过载等,虽然存在多个波峰波谷,本文随机优化算法能够准确识别突风速度场,进而完成动载荷的重建,针对本文算例,过载最大误差 3.5%,载荷最大误差不超过 1%。

3) 本文建立的载荷重建方法可推广应用于带非线性控制律或连续突风载荷的重建中。

参 考 文 献

- [1] FULLER J R. Evolution of airplane gust loads design requirements[J]. *Journal of Aircraft*, 1995, 32(2): 235-246.
- [2] 杨士斌, 王立宝. 民用航空器的突风与紊流载荷适航条款解析[J]. *民用飞机设计与研究*, 2016(2): 48-53.
YANG Shibin, WANG Libao. Analysis of airworthiness regulations of gust and turbulence loads for civil aircraft[J]. *Civil Aircraft Design & Research*, 2016(2): 48-53. (in Chinese)
- [3] SIMEONE S, AGOSTINELLI C, RENDALL T, et al. Gust reconstruction from flight data recording via numerical optimisation [C] // 57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. San Diego: AIAA, 2016: 1-19.
- [4] HOUBOLT J C. Atmospheric turbulence[J]. *AIAA Journal*, 1973, 11(4): 421-437.
- [5] KIM M C, KABE A M, LEE S S. Atmospheric flight gust loads analysis[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2000, 37(4): 446-452.
- [6] HENRICHFREISE H, BENSCH L, JUSSEIT J, et al. Estimation of gusts and structural loads for commercial aircraft[C]// International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics. Seattle: [s. n.], 2009: 1-11.
- [7] SIMEONE S, RENDALL T, WILLIAMS S, et al. Reconstruction of gust velocity profiles via potential flow, CFD and rom techniques[C]// International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics. Como: [s. n.], 2017: 1-18.
- [8] SIMEONE S. Gust loads reconstruction for in-service support[D]. Bristol: University of Bristol, 2020.
- [9] BALATTI D, KHODAPARAST H H, FRISWELL M I, et al. Aircraft turbulence and gust identification using simulated in-flight data[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 115: 106805.
- [10] 陈帅, 杨智春, 李斌, 等. 动载荷时域半解析识别方法[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(13): 99-104.
CHEN Shuai, YANG Zhichun, LI Bin, et al. A semi-analytical method to identify dynamic load in time domain [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(13): 99-104. (in Chinese)
- [11] 杨智春, 陈帅, 金伟. 飞机垂尾抖振极限载荷预测方法[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(13): 1-4.
YANG Zhichun, CHEN Shuai, JIN Wei. Prediction of ultimate load for aircraft vertical tail buffeting[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(13): 1-4. (in Chinese)
- [12] 贾有, 杨智春. 一种飞机垂尾抖振载荷识别的新方法[J]. *航空学报*, 2013, 34(10): 2333-2340.
JIA You, YANG Zhichun. A new approach to identify buffet loads for aircraft vertical tail[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(10): 2333-2340. (in Chinese)
- [13] 姜金辉, 张方, 陈寅. 基于固有振型的复杂结构分布动载荷时域识别[J]. *振动·测试与诊断*, 2012, 32(4): 581-585.
JIANG Jinhui, ZHANG Fang, CHEN Yin. Time domain identification of distributed dynamic loads of complex structures based on natural mode shapes [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012, 32(4): 581-585. (in Chinese)
- [14] 赵凤遥, 张建成, 葛巍, 等. 基于多项式拟合初值的动载荷识别修正算法[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(11): 211-219.
ZHAO Fengyao, ZHANG Jiancheng, GE Wei, et al. Dynamic load identification correction algorithm based on polynomial fitting initial value [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(11): 211-219. (in Chinese)
- [15] 毛玉明, 郭杏林, 赵岩, 等. 基于灵敏度分析的结构动态载荷识别研究[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(10): 1-3.
MAO Yuming, GUO Xinglin, ZHAO Yan, et al. Force identification based on sensitivity analysis method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(10): 1-3. (in Chinese)
- [16] 杨智春, 贾有. 动载荷的识别方法[J]. *力学进展*, 2015, 45(1): 29-54.
YANG Zhichun, JIA You. The identification of dynamic loads [J]. *Advances in Mechanics*, 2015, 45(1): 29-54. (in Chinese)
- [17] WANG B T. Prediction of impact and harmonic forces acting on arbitrary structures: theoretical formulation [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, 16(6): 935-953.
- [18] HOUBOLT J C, STEINER R, PRATT K G. Dynamic response of airplanes to atmospheric turbulence including flight data on input and response: NASA-TR-199[R]. Hampton: NASA, 1964.