

文章编号: 1674-8190(2023)06-109-10

## 考虑减摆器非线性特性的前起落架摆振分析

洪煜清, 聂宏, 张明, 阮爽

(南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京 210016)

**摘要:** 飞机的前起落架摆振通常在飞机起飞或降落滑跑的过程中发生, 对飞机的稳定性和操纵性产生危害, 是一种严重的飞机故障。针对某型号无人机, 基于动量矩定理, 建立考虑起落架侧弯、扭转的摆振数学模型, 讨论使用传统油液阻尼减摆器和电磁阻尼减摆器时不同的动力学模型。对于传统油液阻尼减摆器, 采用等效线性模型, 得到摆振临界稳定阻尼曲线的上下边界; 而对于电磁阻尼减摆器的非线性模型, 使用分岔分析理论确定系统的摆振稳定区域。结果表明: 过大的减摆阻尼对摆振无法起到抑制的作用, 得到控制参数平面上摆振的稳定区域, 可为后续的前起落架减摆设计提供参考。

**关键词:** 起落架摆振; 非线性模型; 分岔分析

中图分类号: V226

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2023.06.12

## Stability analysis of nose gear shimmy with nonlinear characteristics of damper

HONG Yuqing, NIE Hong, ZHANG Ming, RUAN Shuang

(Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The shimmy of the front landing gear of an aircraft usually occurs in the process of taking off or landing, which endangers the stability and maneuverability of the aircraft and is a serious aircraft fault. In this paper, based on the theorem of moment of momentum, a mathematical model of shimmy considering landing gear side bending and torsion is established for a certain type of UAV. The different dynamic models when using traditional oil damping damper and electromagnetic damping damper are discussed. For the traditional oil damping damper, the equivalent linear model is used to obtain the upper and lower boundaries of the critical stability damping curve. For the nonlinear model of electromagnetic damping damper, the bifurcation analysis theory is used to determine the shimmy stability area. Results show that excessive shimmy damping can not suppress shimmy, and the stable region of shimmy on the parameter plane can be obtained. It can provide some references for the design of landing gear shimmy reduction.

**Key words:** landing gear shimmy; nonlinear model; bifurcation analysis

收稿日期: 2022-09-29; 修回日期: 2022-11-26

基金项目: 航空科学基金(20182852021)

通信作者: 聂宏, hnie@nuaa.edu.cn

引用格式: 洪煜清, 聂宏, 张明, 等. 考虑减摆器非线性特性的前起落架摆振分析[J]. 航空工程进展, 2023, 14(6): 109-118, 152.

HONG Yuqing, NIE Hong, ZHANG Ming, et al. Stability analysis of nose gear shimmy with nonlinear characteristics of damper [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(6): 109-118, 152. (in Chinese)

## 0 引言

在飞机起飞、着陆或滑跑过程中,起落架可能出现摆振现象<sup>[1]</sup>,摆振是一种复杂的轮胎绕主销持续振动的现象。摆振按照振动性质分为强迫摆振和自激摆振两种<sup>[2]</sup>。起落架系统是一个复杂的动力学系统,摆振主要由支柱的侧向、扭转以及轮胎的耦合振动构成,涉及结构间隙、结构件间库仑摩擦力以及考虑非线性特性的阻尼等复杂因素的影响<sup>[3]</sup>。起落架摆振可能由起落架系统刚度<sup>[4]</sup>、结构间隙<sup>[5]</sup>、机身局部刚度<sup>[6]</sup>、机体动力学特性<sup>[7]</sup>、外部扰动等因素引起。摆振会导致飞机操纵性、稳定性等问题,历史上许多型号的飞机起落架都出现过摆振问题,摆振对飞机的稳定性、安全性、实用性等造成了损害。因此,摆振问题非常具有研究价值。

关于摆振现象的研究最早源自20世纪20年代,法国学者M. G. Brouhiet<sup>[8]</sup>于1925年提出了关于汽车前轮摆振的问题。20世纪40—60年代,关于飞机机轮摆振的研究蓬勃发展,大批研究人员发表了大量研究论著。V. Schlippe等<sup>[9]</sup>建立了张线模型,并将该模型运用到摆振分析中。张线模型在之后的摆振分析中被广泛认可和使用,至今仍是摆振轮胎理论中的经典轮胎模型。J. Moreland<sup>[10]</sup>提出了一套起落架摆振理论,其中涉及轮胎、机体和起落架整体的基本假设,并用这套理论设计程序计算出使起落架稳定的最小阻尼系数,且进行了试验验证。

20世纪60年代起,在引进、吸收国外技术和研究方法的基础上,国内逐步开始对飞行器的摆振问题进行研究。由诸德培编著的《摆振理论及防摆措施》<sup>[11]</sup>是国内飞行器起落架摆振研究的重要参考资料,其对于当时国内摆振分析研究现状做出了总结,对之后的研究起到了重要的指导作用;周进雄等<sup>[12]</sup>论述了“结构型”摆振现象及其特点,研究了轮胎特性参数和起落架结构参数对“结构型”摆振的影响规律;王学军等<sup>[13]</sup>建立了考虑非线性因素的五自由度前起落架摆振动力学模型,使用描述函数法研究了非线性因素对摆振稳定区域的影响;卢京明<sup>[14]</sup>结合某型飞机设计方案中的实际情况,利用MATLAB编制了摆振计算界面系统进行摆振分析与计算,得出摆振区域与临界阻尼曲线示意图。

随着科技的发展与进步,国内外关于飞机起落架摆振非线性动力学模型方面的研究得到了极大发展。G. Somieski<sup>[15]</sup>将一些众所周知的线性、非线性方法引入前起落架摆振模型的稳定性分析中;T. Gordon<sup>[16]</sup>考虑了库仑摩擦和扭矩连杆中自由间隙这两个非线性因素,使用摄动法进行分析;Zhou J X等<sup>[17]</sup>推导了适用于摆振分析的多自由度非线性自治系统的增量谐波平衡公式,避免了数值计算中产生的刚性问题,以更低成本得出了更高精度的结果。

随着数值延拓分析软件AUTO、MATCONT等分析工具的出现,起落架摆振非线性动力学模型的分岔分析逐渐完善。陈大伟等<sup>[18]</sup>介绍了使用分岔理论对考虑了非线性因素的摆振问题进行求解的方法,得出了系统稳定区域及其极限环振幅和稳定性;M. Rahmani等<sup>[19]</sup>提出了一种对摆振阻尼器性能评估的方法,研究了结构参数和扭转间隙对摆振稳定区域的影响,获得了三维摆振图和二维稳定性边界;Yin Q Z等<sup>[20]</sup>对建立的转弯模型进行分岔分析,阐明了起落架转弯过程中失稳的机理,并考察了双轮轮距及前轮转向角的影响;Cheng L F等<sup>[21]</sup>提出了高阶项作用下产生共振的观点,认为共振点附近也会导致摆振的发生;冯飞等<sup>[22]</sup>同样采用分岔方法对非线性模型进行稳定性求解,总结出一套适用于摆振的分岔计算方法,对摆振的非线性动力学分析起到了重要的指导作用;冯广等<sup>[23]</sup>研究了轮胎的刚度特性对摆振稳定性的影响。

在对摆振机理进行研究的基础上,对于减摆的主/被动控制研究应运而生<sup>[24]</sup>,除了对结构参数进行进一步的优化外,加装减摆器也是防摆设计中的一重要措施。通过合理设计减摆器参数,获得满足摆振抑制要求的动态阻尼,满足起落架在使用速度与载荷范围内的稳定性要求<sup>[3]</sup>。

在有关防摆阻尼器的研究中,大多都采用试验方法,成本高、周期长<sup>[25]</sup>。针对摆振稳定性进行数值分析时,多数研究仅针对传统油液减摆器,采用线性简化处理了减摆阻尼力矩的作用,而对于一些新型的减摆阻尼器,如电磁阻尼器、磁流变阻尼器<sup>[26]</sup>等,由于具有丰富的非线性因素,对减摆同样会产生一定的影响。

本文针对某型号无人机,建立考虑起落架扭转和侧向弯曲自由度的双轮数学模型,针对模型

进行摆振稳定性研究,并分析使用近似线性减摆阻尼器、非线性阻尼器对摆振稳定性的影响。

## 1 摆振动力学模型建立

### 1.1 双轮前起落架整体模型

在起落架的摆振稳定性研究中,假设前起落架上端点固支,建立双轮前起落架数学模型。可以使用支柱扭转、侧弯以及减摆器转动三个自由度来描述起落架的运动状态: $\alpha$ —前轮围绕前起落架旋转轴轴线的侧向转动; $\theta_s$ —前轮围绕支柱轴线的扭转角; $\theta_1$ —减摆器围绕支柱轴线的转动角。

根据动量矩定理,对起落架上端固支点取矩,分别得到三个自由度上的动力学平衡方程。双轮起落架摆振分析模型示意图如图 1 所示。

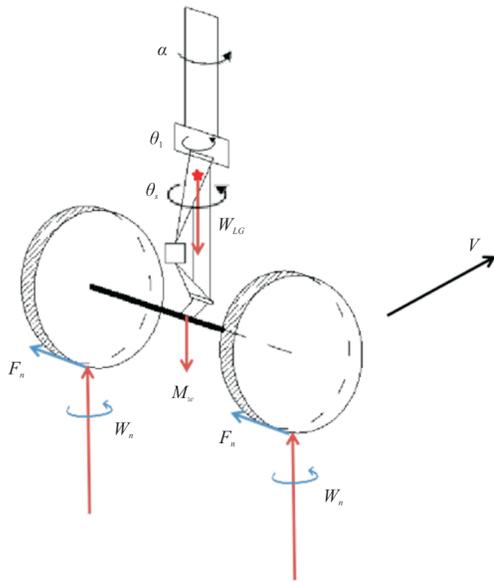


图 1 双轮起落架摆振分析模型示意图  
Fig. 1 Schematic of dual-wheel landing gear shimmy analysis model

前轮侧向动力平衡方程:

$$I_{LG} \cdot \ddot{\alpha} + K_s \cdot \alpha + M_{G_s} + M_{W_{LG}} + M_{F_z} + M_{\delta} + M_{W_s} + M_{F_s} = 0 \quad (1)$$

同理可以求出前轮扭转方向的动力平衡方程:

$$I_{TG} \cdot \ddot{\theta}_s + K_t \cdot (\theta_s - \theta_1) + M_{G_s} + M_{W_s} + M_{F_s} = 0 \quad (2)$$

利用平衡条件,可以求得减摆器处的平衡方程:

$$M_{\theta_1} - K_t \cdot (\theta_s - \theta_1) = 0 \quad (3)$$

$M_{G_s}$ 、 $M_{G_a}$  分别表示作用在侧弯、扭转方向的陀螺力矩:

$$M_{G_s} = I_{wp} \cdot \frac{V}{R} \cdot \dot{\theta}_s \quad (4)$$

$$M_{G_a} = I_{wp} \cdot \frac{V}{R} \cdot \dot{\alpha} \quad (5)$$

$M_{W_{LG}}$ 、 $M_{F_z}$ 、 $M_{W_s}$ 、 $M_{F_s}$  表示系统所受到的保守力的作用产生的力矩:

$$M_{W_{LG}} = W_{LG} \cdot H_{cg} \cdot \alpha \quad (6)$$

$$M_{F_z} = -F_z \cdot [(H + R)\alpha + (L_t + L_g) \cdot \theta_s] \quad (7)$$

$$M_{W_s} = M_w g \cdot L_t \cdot \theta_s \quad (8)$$

$$M_{F_s} = M_w g \cdot L_t \cdot \alpha \quad (9)$$

$M_{F_n}$ 、 $M_{F_o}$  表示轮胎受到地面对其的作用力矩:

$$M_{F_n} = 2(H + R)F_n \quad (10)$$

$$M_{F_o} = 2M_n + 2(L_t + L_g) \cdot F_n \quad (11)$$

各项力矩表达式中所涉及的参数及其取值如表 1 所示。本文进行双轮起落架摆振稳定性分析时所用参数也在表 1 中给出。

表 1 前起落架模型参数定义及其取值

Table 1 Nose gear model parameter definition and values

符号	参数描述	取值
$L_g$	几何稳定距/m	0.070
$L_t$	机械稳定距/m	0.014
$R$	轮胎半径/m	0.13
$D$	轮胎直径/m	0.26
$w$	轮胎宽度/m	0.11
$P$	轮胎充气压力/Pa	$0.8 \times 10^6$
$P_r$	轮胎标定充气压力/Pa	$0.8 \times 10^6$
$m_w$	机轮质量/kg	10.1
$I_{TG}$	前轮扭转转动惯量/( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	0.214 4
$I_{wp}$	机轮转动惯量/( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	0.062 8
$I_{LG}$	前轮侧弯转动惯量/( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	7.121 4
$H$	前起落架高度/m	0.859
$H_{cg}$	前起落架重心高度/m	0.259
$W_{LG}$	前起落架质量/kg	37
$L_{ax}$	(1/2 轮距)/m	0.109
$K_s$	支柱侧向刚度/( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ )	1 943 256
$K_t$	支柱扭转刚度/( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ )	43 771
$F_z$	前起落架停机垂直载荷/N	7 260
$L_R$	轮胎松弛长度/m	0.127 0
$K_\lambda$	轮胎侧向刚度/( $\text{N} \cdot \text{m}$ )	92 322.13
$K_\varphi$	轮胎扭转刚度/( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ )	1 540.68
$C_\lambda$	轮胎侧向阻尼/( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ )	80
$C_\varphi$	轮胎扭转阻尼/( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ )	3.2

## 1.2 轮胎模型

载荷在起落架摆振稳定性中起到关键的作用。轮胎模型基于Smiley张线理论建立<sup>[9]</sup>,如图2所示。

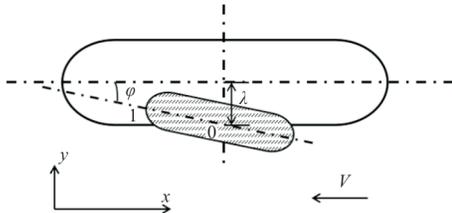


图2 轮胎分析模型

Fig. 2 Tire analysis model representation

Smiley的轮胎力学理论中,地面作用在轮胎上的力和力矩可以表示为

$$F_n = K_\lambda \cdot \lambda_0 + C_\lambda \cdot \dot{\lambda}_0 \quad (12)$$

$$M_n = K_\varphi \cdot \varphi_0 + C_\varphi \cdot \dot{\varphi}_0 \quad (13)$$

式中: $\lambda_0$ 和 $\varphi_0$ 分别为轮胎的侧向弹性变形和扭转弹性变形。

$\lambda_0$ 和 $\varphi_0$ 可以表示为

$$\lambda_0 = y_0 - (H + R) \cdot \alpha - (L_T + L_g) \cdot \theta_s \quad (14)$$

$$\varphi_0 = -\dot{y}_0 / V - \theta_s \quad (15)$$

根据轮胎滚动时的连续性条件可知,轮胎触地前缘点1经过机轮滚动过距离 $H_{CA}$ 后,变成触地中心点0,用公式表示为

$$y_1(s) = y_0(s + H_{CA}) \quad (16)$$

将式(16) Taylor展开,忽略高次项,得到轮胎近似约束方程,本文采用Smiley的二阶近似公式<sup>[27]</sup>:

$$H_{CA}(H_{CA} + 2L_R)\ddot{y}_0 + 2V(H_{CA} + L_R)\dot{y}_0 + 2V^2\lambda_0 + 2V^2(H_{CA} + L_R)\theta_s = 0 \quad (17)$$

式中: $L_R$ 为轮胎松弛长度。

## 1.3 减摆阻尼

对起落架进行摆振稳定性分析,前起落架在扭转方向上,减摆器产生的阻尼力矩对起落架的摆振产生抑制作用,平衡状态时,满足

$$M_{\theta_1} - K_t \cdot (\theta_s - \theta_1) = 0 \quad (18)$$

此时,起落架的完整扭转分析可以简化为扭转分析模型,如图3所示。

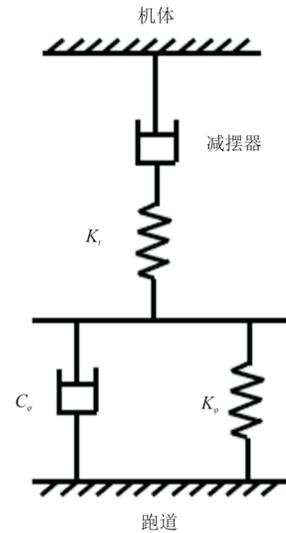


图3 前起落架扭转分析模型

Fig. 3 Symbolic representation of rotational DoFs

对于减摆器的阻尼力矩表达方式,讨论线性与非线性两种情况。

### 1) 传统油液减摆器

减摆器产生的阻尼力矩可以表示为一个与转速相关的函数,引入减摆阻尼系数 $C_t$ ,线性减摆阻尼力矩可以表示为

$$M_{\theta_1} = C_t \cdot \dot{\theta}_1 \quad (19)$$

线性理论分析模型简单,运算快捷,使用面非常广泛。但是涉及到其他不同类型的减摆器时,直接忽略非线性因素也会造成结果产生偏差。

### 2) 电磁阻尼减摆器

电磁阻尼器产生的阻尼力矩可以表示为

$$T_n = 2\pi r_{Mag}^2 (R_2^2 + R_1^2) B^2 \sqrt{\frac{n\omega_n}{\mu\rho}} \quad (20)$$

减摆器作用在起落架上的阻尼力矩表示为

$$M_{\theta_1} = T_n \cdot i \cdot \eta \quad (21)$$

式中: $r_{Mag}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ 皆为电磁阻尼器的性能参数。

为了研究减摆阻尼力矩对摆振稳定性的影响,取阻尼力矩表达式中所有不涉及状态变量的参数常量,等效为一个等效阻尼系数 $C_{td}$ 。

$$C_{td} = 2i\eta\pi r_{Mag}^2 (R_2^2 + R_1^2) B^2 \sqrt{\frac{n}{\mu\rho}} \quad (22)$$

考虑到减摆器产生的力矩始终阻碍起落架扭转角的产生,得到

$$M_{\theta_1} = C_{td} \cdot \left| \dot{\theta}_1 \right|^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sgn}(\theta_s - \theta_1) \quad (23)$$

减摆器转速与产生的阻尼力矩的关系如图 4 所示,可以看出:采用不同减摆阻尼分析模型,产生相近的减摆阻尼力矩的情况下,传统的减摆器产生的阻尼力矩和角速度呈线性关系,而电磁阻尼器产生的阻尼力矩和角速度呈非线性的关系,在低角速度域内,两者存在较为明显的差异,使用非线性模型,可以针对此类减摆器得到更为准确的结果。

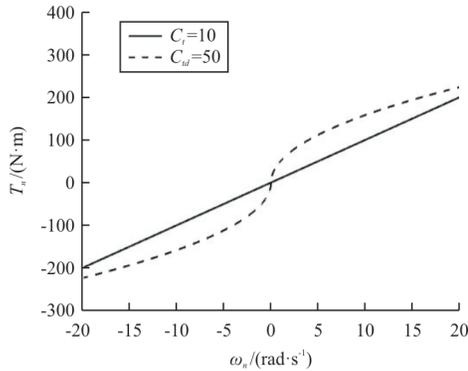


图 4 减摆器转速与产生的阻尼力矩的关系

Fig. 4 The relationship between the speed of the pendulum reducer and the generated damping torque

## 2 摆振稳定性数值分析

### 2.1 分岔分析理论

#### 2.1.1 连续时间系统

连续时间动力系统又称连续时间系统,通常借助微分方程来定义。与离散时间系统类似,假设状态空间  $x \in (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 此时系统的运动则用  $\dot{x}_i$  表示

$$\dot{x}_i = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (24)$$

或向量形式表示

$$\dot{x} = f(x) \quad (25)$$

此处函数  $f$  假定光滑可微。这一常微分方程组可简称为英文缩写 ODEs (Ordinary Differential Equations), 其中  $n$  表示方程的个数。

#### 2.1.2 系统的平衡点及其稳定性

系统在状态空间上速度和加速度同时为零的点称为平衡点。记为  $x_s$ , 满足条件:

$$f(x_s) = 0 \quad (26)$$

就起落架摆振分析模型而言,起落架无摆振即为系统的平衡状态,其中立点即为系统的平衡

点。当 Jacobi 矩阵的特征值不全满足实部  $\text{Re}(\lambda) < 0$  时,系统便不再平衡,出现摆振现象,随之状态方程的解变为周期解等其他形态。

#### 2.1.3 Hopf 分岔

Hopf 分岔是指当参数变化经过分岔值时有极限环从平衡点产生的现象。摆振的发生意味着起落架系统发生了 Hopf 分岔<sup>[28]</sup>。Hopf 分岔研究所要解决的问题包括分岔的存在性和分岔的稳定性<sup>[29]</sup>。

连续时间系统中,当平衡点处的某一对特征值满足  $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$ ,  $\omega_0 > 0$ , 系统出现 Hopf 分岔。以二维系统为例,若系统产生 Hopf 分岔,引入复变量  $z = x_1 + ix_2$ , 平衡点附近则满足:

$$\dot{z} = (\alpha + 1)z \pm z|z|^2 \quad (27)$$

采用  $z = \rho e^{i\varphi}$  进行变化,将式(27)变化为极坐标形式:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \rho(\alpha \pm \rho^2) \\ \dot{\varphi} = 1 \end{cases} \quad (28)$$

式(28)中,第一个等式描述了一个半径为  $\rho = \sqrt{\alpha}$  的极限环,而第二个等式则是定常速度的圆周运动。方程为正时,系统描述的极限环不稳定;方程为负,当半径满足  $\rho > \sqrt{\alpha}$  时,半径逐渐减小,反之增大,而  $\rho = \sqrt{\alpha}$  的情况正好为定常圆周运动,即极限环。

将前文建立好的摆振动力学模型方程组改写为状态方程的形式

$$\dot{X} = f(X, \alpha, \beta) \quad (29)$$

式中:  $X$  为摆振状态变量;  $\dot{X}$  为状态变量关于时间的一阶导数;  $\alpha$  和  $\beta$  分别为控制参数。

对化简整理好的模型方程组进行分岔分析,分析步骤如下:

#### 1) 确定平衡点

假定  $X_0 = 0$  是初始平衡位置,使得系统动力学方程满足  $f(0) = 0$ , 系统的 Jacobi 矩阵  $A$  为

$$A = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=0} \quad (30)$$

满足特征值实部为零,即判断为系统的临界稳定点。在针对起落架摆振稳定性的分析中,平衡点表现为各状态量的零平衡状态,即为系统的临界稳定点。

#### 2) Hopf 分岔点的检测

在确定平衡状态后,固定所有参数不变,连续变化其中一个控制参数  $\alpha$  的值,计算控制参数  $\alpha$  从

小到大变化的情况下,系统零平衡状态的特征值变化情况。

若 Jacobi 矩阵  $A$  的所有特征值  $\lambda$  都满足实部  $\text{Re}(\lambda) < 0$ , 系统即为稳定。若发现控制参数在某个取值时,某一对特征值出现了  $\text{Re}(\lambda) = 0$  的情况,且其余特征值  $\text{Re}(\lambda) < 0$ , 则系统出现了 Hopf 分岔。系统在此参数取值下的点称为系统零平衡状态的 Hopf 分岔点,简称 Hopf 分岔点。

### 3) 双参数分岔分析

在单参数分析中,仅能得到单个参数变化范围内 Hopf 分岔点的位置及其极限环特性。在得到第一个控制参数  $\alpha$  的 Hopf 分岔点的基础上,变化另一个控制参数  $\beta$ , 得到  $(\alpha, \beta)$  平面内的 Hopf 分岔曲线。

## 2.2 摆振稳定性分析

对于线性模型,采用复特征值法进行求解,将系统状态方程写成矩阵相乘的形式:

$$\dot{X} = DX \quad (31)$$

式中:  $D$  为系统的特征矩阵,通过判断矩阵特征值实部是否全是负值来判断系统的稳定性。

在参数平面上通过逐举法,得到前起落架滑跑速度  $V$  在  $0 \sim 100$  m/s 变化时,起落架摆振稳定临界阻尼曲线如图 5 所示。

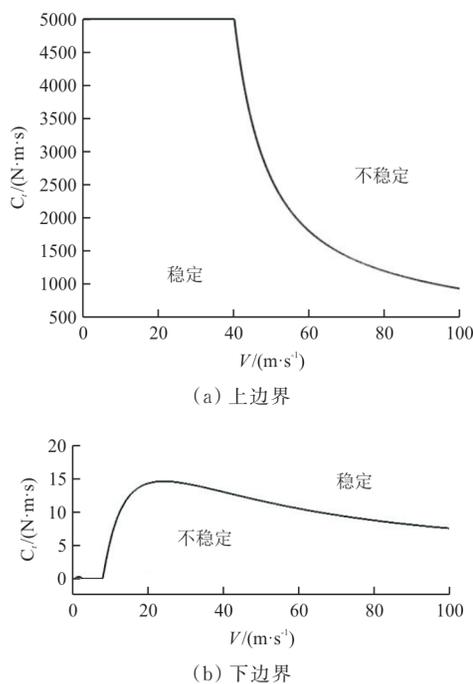


图 5 起落架摆振稳定临界阻尼曲线  
Fig. 5 Critical shimmy damping coefficient  
v. s. forward speed

从图 5 可以看出:随着飞机滑行速度的增加,起落架所需的最小阻尼系数先增加后减小,在速度  $V = 23$  m/s 时取得最大值  $C_d = 14.6$  N·m·s, 曲线下方为不稳定区域;上方为稳定区域。继续增加阻尼系数的值,阻尼系数越大,减摆器产生的阻尼力矩越大,系统收敛的速度越快。

继续增加阻尼系数的值,系统又会由稳定变化为不稳定,此时系统由于阻尼力矩过大,产生“支柱型”摆振。由此可见,在选取阻尼系数时,应当选取适当的安全系数,以防止阻尼系数过大,导致“支柱型”摆振的发生。

## 2.3 基于分岔理论的摆振稳定性分析

### 2.3.1 系统平衡点

分岔点示意图如图 6 所示,特征值实部变化趋势如图 7 所示。

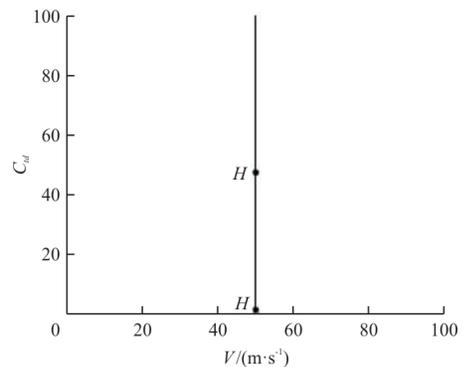


图 6 分岔点示意图

Fig. 6 Diagram of bifurcation points

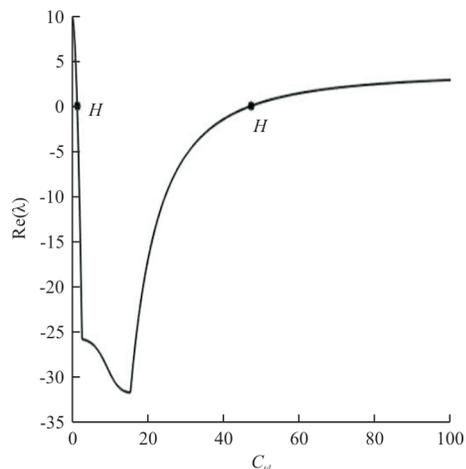


图 7 特征值实部变化趋势

Fig. 7 Trend of real part of eigenvalue

从图 7 可以看出:保持  $V=50 \text{ m/s}$  不变,从 0 开始增加  $C_{td}$  的值,特征值实部的值从正变为负,逐渐减小,随后又增加,从负变为正,检测到两个 Hopf 分岔点,分别为  $C_{td,1}=1.44$  和  $C_{td,2}=47.28$ 。这两个分岔点表示在  $V=50 \text{ m/s}$  的情况下,系统从不稳定变为稳定, $C_{td}$  增加到一定值后,系统则再次失稳。

对检测到的 Hopf 分岔点进行单个参数分岔分析,可以得到相平面的极限环变化趋势,如图 8 所示,可以看出:施加小幅度瞬时激励后,系统回到零平衡位置,且等幅振动的幅度非常小。减摆器处极限环变化情况如图 9 所示,可以看出:随着速度的增加,减摆器处的极限环振幅呈现出明显的非线性增加的趋势,速度越大,增加的速度越快;从极限环变化情况来看,随着速度的增加,减摆器处的极限环振幅呈现一个明显的非线性增加的趋势,速度越大,增加的速度越快。

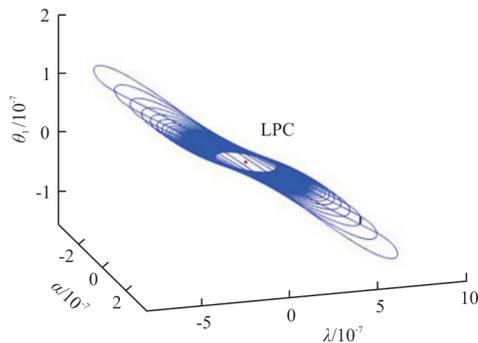


图 8  $(\alpha, \lambda, \theta_1)$  状态空间极限环随速度变化情况  
Fig. 8 Change of limit cycle in state space  $(\alpha, \lambda, \theta_1)$  v. s. forward speed

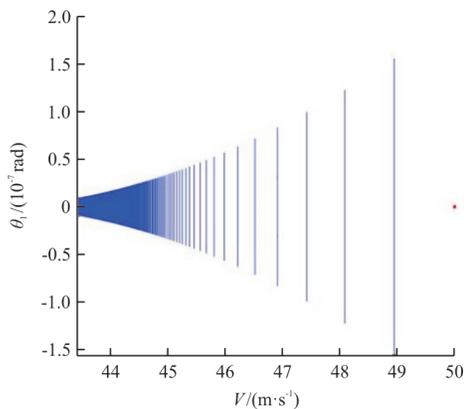
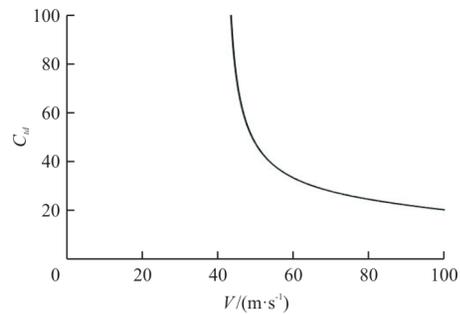


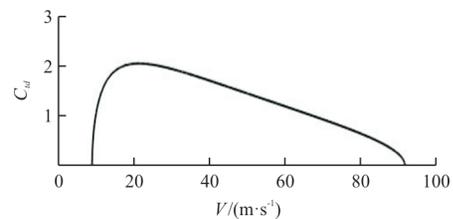
图 9 减摆器处极限环随速度增加变化情况  
Fig. 9 Change of limit cycle at the pendulum reducer v. s. forward speed

### 2.3.2 双参数分析

固定速度  $V=50 \text{ m/s}$  不变,将阻尼系数从 0 开始增加,检测到两个 Hopf 分岔点,  $C_{td}=1.44$  和  $C_{td}=47.28$ , 分别以检测到的两个 Hopf 分岔点为起点,计算得出  $V-C_{td}$  平面内的分岔图,如图 10 所示。



(a) 上边界

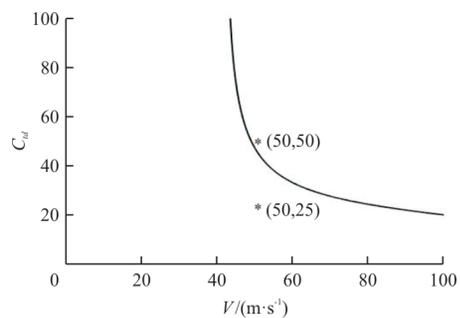


(b) 下边界

图 10  $V-C_{td}$  平面双参数 Hopf 分岔曲线  
Fig. 10 Bifurcation map in plane  $V-C_{td}$

从图 10 可以看出: $V-C_{td}$  平面内存在两条分岔曲线;随着飞机滑行速度的增加,起落架所需的最小阻尼系数先增加后减小,在速度  $V=22 \text{ m/s}$  时取得最大值  $C_{td}=2$ , 曲线下方为不稳定区域,上方为稳定区域;而起落架不发生摆振所能接受的最大阻尼在低速区域无限大,随着速度的增加,临界阻尼逐渐减小,在速度  $V=100 \text{ m/s}$  时达到最小值  $C_{td}=20.3$ , 曲线上方为不稳定区域,下方为稳定区域。

选取的参数点位置如图 11 所示。



(a) 上边界

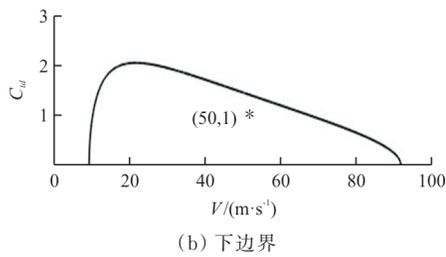


图 11 选取的参数点位置示意图

Fig. 11 Schematic diagram of selected parameter points

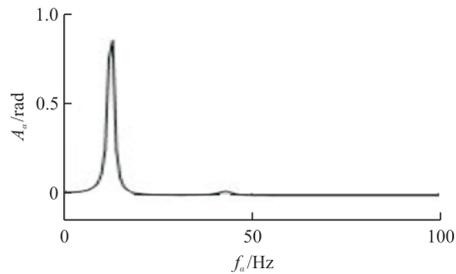
双参数分岔分析得到两条 Hopf 分岔曲线(图 11),将  $V-C_{id}$  平面划分成三个区域。从双参数分岔图三个区域分别取点进行频域分析,选取的参数点取值如表 2 所示。

表 2 选取的参数点取值

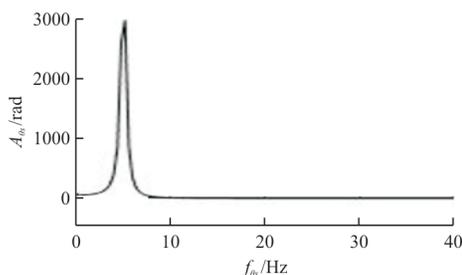
Table 2 The value of selected parameter point

参数点编号	$V/(m \cdot s^{-1})$	$C_{id}$
1	50	1
2	50	25
3	50	50

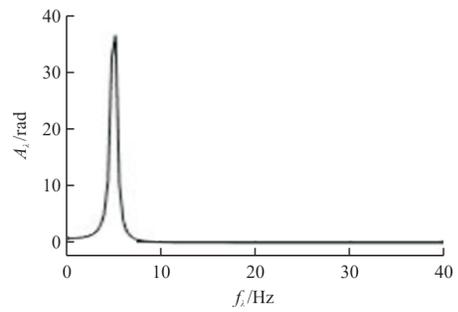
对各自由度时域数据进行快速傅里叶变换可得到对应参数下各自由度频谱图,如图 12~图 13 所示。由此得出侧弯、扭转、轮胎侧向变形三个模态的频谱图。结合各向频谱图的幅频曲线情况,观察轮胎侧向变形的频谱图可以得出摆振的类型。通过点 1 与点 3 的侧弯与扭转方向的频谱图,可得低频的振动为侧弯方向上的振动,而高频的振动则为扭转方向上的振动。



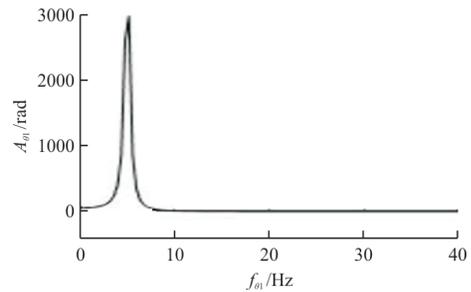
(a) 侧弯方向频谱图



(b) 扭转方向频谱图



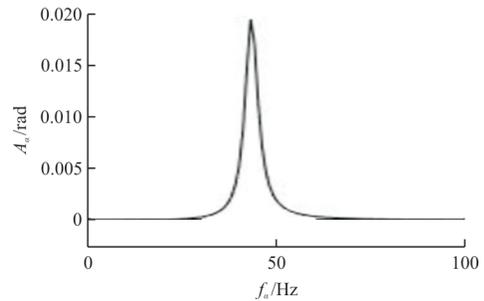
(c) 轮胎侧向变形频谱图



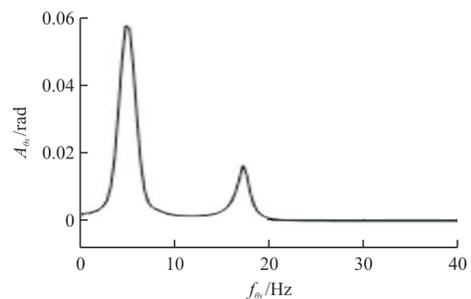
(d) 减摆器处扭转频谱图

图 12 点 1 模态频谱图

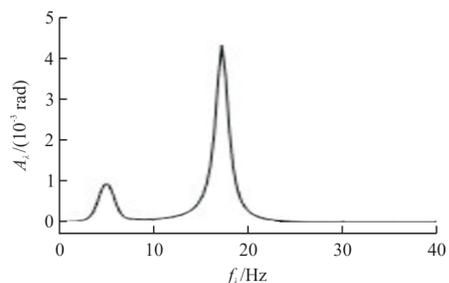
Fig. 12 Modal spectrum diagram of point 1



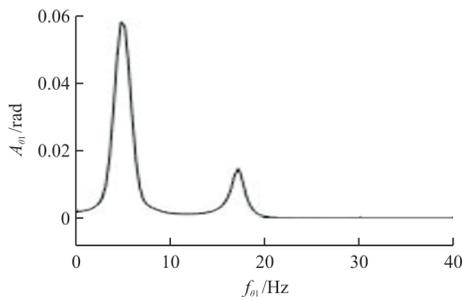
(a) 侧弯方向频谱图



(b) 扭转方向频谱图



(c) 轮胎侧向变形频谱图



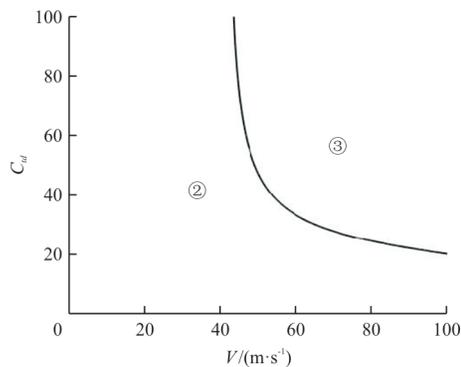
(d) 减摆器处扭转频谱图

图 13 点 3 模态频谱图

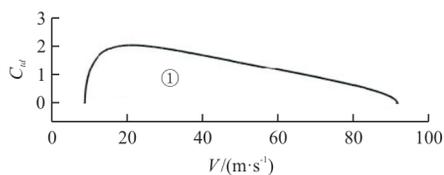
Fig. 13 Modal spectrum diagram of point 3

从图 12 可以看出:同时存在扭转摆振和侧向摆振两个频率成分,低频的振动幅值远大于高频的幅值,并在扭转方向上幅值最大,因此扭转摆振频率成分处于主导地位,系统在区域内发生的摆振是扭转摆振。

从图 13 可以看出:存在扭转摆振和侧向摆振两个频率成分,在侧弯方向上,高频振动的幅值约为 0.02 rad,且无低频振动,即侧弯振动为高频振动;而扭转方向上,低频的振动幅值更大,由此判断低频的振动为扭转方向上的振动。侧向摆振频率成分处于主导地位,说明系统在区域内发生的摆振是侧向摆振。摆振区域示意图如图 14 所示,图中:①区为侧向摆振区;②区为稳定区域;③区为扭转摆振区。



(a) 上边界



(b) 下边界

图 14 摆振区域示意图

Fig. 14 Schematic diagram of shimmy area

综上,两条不闭合的双参数 Hopf 曲线将  $V-C_d$  参数平面划分为三个区域,分别代表扭转摆振区域、稳定区域以及侧向摆振区域。

### 3 结 论

1) 使用传统油液阻尼减摆器的线性模型进行摆振稳定性分析,得到指定参数取值下  $V-C_d$  平面上摆振的稳定区域。系统所需最小减摆阻尼系数  $C_d = 14.6 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$ 。高速滑跑时更易发生“结构型”摆振。

2) 使用电磁阻尼减摆器的模型,考虑减摆器的非线性特性的模型进行摆振稳定性分析,考虑具有非线性特性的减摆阻尼力,减摆阻尼超过一定值后系统会由稳定变为不稳定,无法对摆振起到抑制的作用。

3) 得到  $V-C_d$  双参数平面上的分岔图,通过对幅频曲线的分析,在  $V-C_d$  双参数平面上,划分出侧向摆振、扭转摆振和稳定区域三个区域。

### 参 考 文 献

- [1] PRITCHARD J. Overview of landing gear dynamics [J]. *Journal of Aircraft*, 2001, 38(1): 130-137.
- [2] 刘向, 陈伟, 赵景山. 车轮摆振影响因素与工程解决方法综述[J]. *汽车技术*, 2017(1): 20-25.  
LIU Xiang, CHEN Wei, ZHAO Jingshan. Review of factors affecting wheel shimmy and engineering solutions [J]. *Automotive Technology*, 2017(1): 20-25. (in Chinese)
- [3] 刘小川, 刘冲冲, 牟让科. 飞机起落架系统摆振动力学研究进展[J]. *航空学报*, 2022, 43(6): 106-121.  
LIU Xiaochuan, LIU Chongchong, MOU Rangke. Research progress on shimmy dynamics of aircraft landing gear systems [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(6): 106-121. (in Chinese)
- [4] 冯广, 向宗威, 姜义尧, 等. 支柱式前起落架系统刚度与摆振稳定性研究[J]. *航空工程进展*, 2023, 14(1): 65-72.  
FENG Guang, XIANG Zongwei, JIANG Yiyao, et al. Study on stiffness and shimmy stability of strut-type nose landing gear system [J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2023, 14(1): 65-72. (in Chinese)
- [5] 向宗威, 冯广, 姜义尧, 等. 飞机起落架结构间隙对摆振稳定性影响研究进展[J]. *航空工程进展*, 2022, 13(3): 86-95.  
XIANG Zongwei, FENG Guang, JIANG Yiyao, et al. Research progress on the effect of structural clearance of aircraft landing gear on shimmy stability [J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2022, 13(3): 86-95. (in Chinese)

- nese)
- [6] 刘胜利, 刘小川, 崔荣耀, 等. 机体连接处局部刚度对轻型飞机起落架摆振稳定性的影响研究[J]. 振动工程学报, 2017, 30(2): 249-254.  
LIU Shengli, LIU Xiaochuan, CUI Rongyao, et al. The influence of the fuselage joint local stiffness on landing gear shimmy stabilization of the light aircraft[J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(2): 249-254. (in Chinese)
- [7] 陈熠, 崔荣耀, 巨荣博, 等. 考虑机体动力特性的前起落架摆振分析[J]. 西北工业大学学报, 2018, 36(2): 388-395.  
CHEN Yi, CUI Rongyao, JU Rongbo, et al. Analysis of nose gear shimmy considering airframe dynamic characteristics[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36(2): 388-395. (in Chinese)
- [8] BROULHIET M G. La suspension de la direction de la voiture automobile-shimmy et dandinement [M]. Paris, France: Hachette Livre, 1925.
- [9] SCHLIPPE V, DIETRICH R. Shimmying of a pneumatic wheel: NACA TM 1365[R]. USA: NACA, 1947: 2-3.
- [10] MORELAND J. The story of shimmy [J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1954, 21(12): 793-808.
- [11] 诸德培. 摆振理论及防摆措施[M]. 北京: 国防工业出版社, 1984.  
ZHU Depei. Shimmy theory and anti-shimmy measures [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1984. (in Chinese)
- [12] 周进雄, 诸德培. “结构型”摆振及其影响因素[J]. 强度与环境, 1998, 2(2): 62-65.  
ZHOU Jinxiong, ZHU Depei. "Structural" shimmy and its influencing factors [J]. Strength and Environment, 1998, 2(2): 62-65. (in Chinese)
- [13] 王学军, 乔新. 前轮非线性摆振稳定性分析[J]. 南京航空学院学报, 1992, 24(1): 9-18.  
WANG Xuejun, QIAO Xin. Stability analysis of nonlinear nose gear shimmy [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1992, 24(1): 9-18. (in Chinese)
- [14] 卢京明. 某型飞机的前轮摆振分析与计算[J]. 飞机工程, 2001(3): 14-20.  
LU Jingming. Analysis and calculation of nose wheel shimmy of an aircraft [J]. Aircraft Engineering, 2001(3): 14-20. (in Chinese)
- [15] SOMIESKI G. Shimmy analysis of a simple aircraft nose landing gear model using different mathematical methods [J]. Aerospace Science and Technology, 1997, 1(8): 545-555.
- [16] GORDON T. Perturbation analysis of nonlinear wheel shimmy [J]. Journal of Aircraft, 2002, 39(2): 305-317.
- [17] ZHOU J X, ZHANG L. Incremental harmonic balance method for predicting amplitudes of a multi-d. o. f. non-linear wheel shimmy system with combined Coulomb and quadratic damping [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(1): 403-416.
- [18] 陈大伟, 顾宏斌, 刘晖. 起落架摆振主动控制分岔研究 [J]. 振动与冲击, 2010, 29(7): 38-42.  
CHEN Dawei, GU Hongbin, LIU Hui. Research on active control bifurcation of landing gear shimmy [J]. Vibration and Shock, 2010, 29(7): 38-42. (in Chinese)
- [19] RAHMANI M, BEHDINAN K. Parametric study of a novel nose landing gear shimmy damper concept [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 457: 299-313.
- [20] YIN Q Z, NIE H, WEI X H. Dynamics and directional stability of high speed unmanned aerial vehicle ground taxiing process [J]. Journal of Aircraft, 2020, 57(5): 1-13.
- [21] CHENG L F, CAO H J, ZHANG L T. Two-parameter bifurcation analysis of an aircraft nose landing gear model [J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 103(1): 367-381.
- [22] 冯飞, 罗波, 张策, 等. 轮间距与双轮共转对飞机起落架摆振的影响分析 [J]. 振动与冲击, 2019, 38(6): 212-217.  
FENG Fei, LUO Bo, ZHANG Ce, et al. Analysis of the influence of wheel spacing and co rotation on aircraft landing gear shimmy [J]. Vibration and Impact, 2019, 38(6): 212-217. (in Chinese)
- [23] 冯广, 丁建宾, 姜义尧, 等. 轮胎刚度特性对大型民航前起落架摆振影响研究 [J]. 航空工程进展, 2023, 14(2): 55-64.  
FENG Guang, DING Jianbin, JIANG Yiyao, et al. Influence of tire stiffness characteristics on shimmy of large civil aircraft nose landing gear [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(2): 55-64. (in Chinese)
- [24] 陈大伟, 顾宏斌. 起落架摆振控制及试验研究综述 [J]. 飞机设计, 2011, 31(2): 38-41.  
CHEN Dawei, GU Hongbin. Review of landing gear shimmy control and tests [J]. Aircraft Design, 2011, 31(2): 38-41. (in Chinese)
- [25] 祝世兴, 付一博. 新型磁流变减摆器节流孔流场分析 [J]. 航空工程进展, 2021, 12(1): 104-112.  
ZHU Shixing, FU Yibo. Flow field analysis of throttling aperture of a new magneto-rheological shimmy damper [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2021, 12(1): 104-112. (in Chinese)
- [26] 杜进, 魏小辉, 蔡佳圻, 等. 油液压缩性对飞机摆振特性的影响 [J]. 航空工程进展, 2015, 6(2): 171-176.  
DU Jin, WEI Xiaohui, CAI Jiaqi, et al. Influence of oil compressibility on aircraft shimmy characteristics [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2015, 6(2): 171-176. (in Chinese)